

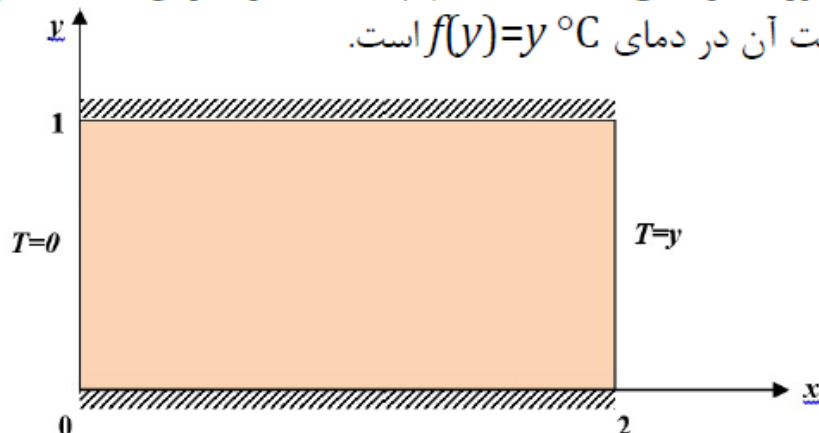
پروژه دوم کامپیوتری

برنامه کامپیوتری ضمیمه شود و نمره پس از ارایه توسط دانشجو داده خواهد شد.

هدف از این مساله، محاسبه توزیع دما در حالت دائم در صفحه مستطیلی است. معادله حاکم بر این مساله، معادله لاپلاس است:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

محدوده بالا و پایین صفحه مورد نظر عایق است. سمت چپ صفحه در معرض دمای صفر درجه سلسیوس و سمت راست آن در دمای $f(y)=y^\circ\text{C}$ است.



حل تحلیلی:

$$T(x, y) = \frac{x}{4} - 4 \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ odd}}}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^2 \sinh(2n\pi)} \sinh(n\pi x) \cos(n\pi y)$$

❑ خواسته‌های مسئله:

- ❑ به‌طور کامل مجزاسازی معادله را به روش اختلاف محدود با دقت مرتبه ۲ بنویسید.
- ❑ برنامه‌ای بنویسید که مسئله را به روش عددی برای معادلات مجزا شده حل کند. برای حل دستگاه معادلات از روش‌های ژاکوبی، گوس-سایدل و SOR استفاده کنید.
- ❑ نوع شبکه را یکنواخت و تعداد نقاط در جهات x و y را به ترتیب N_x و N_y فرض کنید. (این تعداد شامل نقاط روی مرز نیز می‌شود).
- ❑ در ابتدا مسئله را با $N_x=11$ و $N_y=11$ با حلگر ژاکوبی حل کنید. برای شروع تکرارها، حدس اولیه را برای همه نقاط (غیر از مرزهای سمت راست)، صفر در نظر بگیرید. همگرایی روش را بررسی کنید. با این تعداد نقطه، اختلاف نتایج را با حل تحلیلی روی خطوط مرکزی (عمودی و افقی) مقایسه کنید. بیشینه خطا چند درصد است؟
- ❑ تعداد شبکه را آن‌قدر کم کنید تا نتایج مستقل از شبکه محاسباتی به‌دست آید. استقلال از شبکه را نشان دهید. نتایج به‌دست آمده را با حل تحلیلی مقایسه کنید.
- ❑ بند فوق را برای حلگرهای گوس-سایدل و SOR تکرار کنید. سرعت همگرایی در کدام حلگر بیشتر است؟ چرا؟